

## WIELOASORTYMENTOWE ZADANIE TRANSPORTOWE W UJĘCIU GENETYCZNYM

*Henryk Piech, Aleksandra Ptak, Michał Włodarczyk*

*Instytut Matematyki i Informatyki, Politechnika Częstochowska*

**Streszczenie.** Realizując zadanie transportowe różnych asortymentów przewożonych towarów, możemy skorzystać ze znanych [4] tablic jednostkowych cen przewozu, powielając podobne struktury dla każdego rodzaju towaru. Dla każdego z towarów można ustalić listę optymalnych przewozów. Wykorzystanie posiadanego taboru do przewozu w ramach struktur dwudzielnych [4] to pierwszy etap analizy transportowej. Kolejną fazą badań jest przekształcenie grafu dwudzielnego w strukturę sieciową, dającą szansę nazwijmy to „dostawy po drodze”. Decydującym czynnikiem wspomagającym decyzję jest posłużenie się kryterium minimalnych kosztów przy każdorazowej rozbudowie trasy transportowej w ramach pojemności taboru przewozowego. Podejście genetyczne stwarza możliwość heurystycznego doboru etapów transportu, które zbliży nas do rozwiązania optymalnego, co stanowi cel wspomagania decyzji organizacyjnych.

### Wprowadzenie

Dysponując tabelą danych  $c(i,j,k)$  zawierającą jednostkowe koszty przewozu z miejsca  $i$  do miejsca  $j$  towaru o kodzie  $k$ , możemy, korzystając z algorytmów o złożoności  $O(n^2)$  [4], określić listy przewozów dla każdego z towarów:

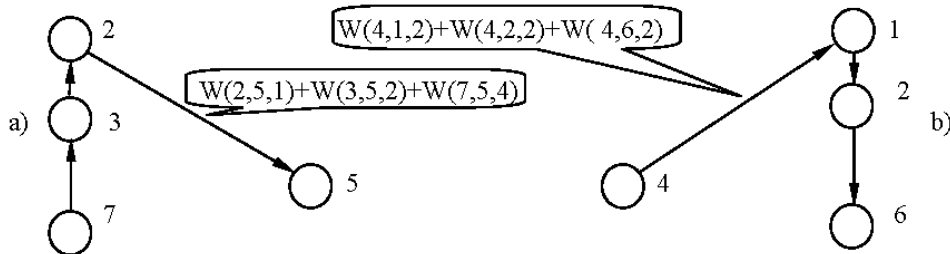
$$\begin{aligned} & p(1,1) > k(1,1)W(1,1), p(1,2) > k(1,2)W(1,2), \dots, p(1,n) > k(1,n)W(1,n) \\ & p(2,1) > k(2,1)W(2,1), p(2,2) > k(2,2)W(2,2), \dots, p(2,n) > k(2,n)W(2,n) \quad (1) \\ & \dots \\ & p(m_1,1) > k(m_1,1)W(m_1,1), p(m_2,2) > k(m_2,2)W(m_2,2), \dots, \\ & p(m_n,n) > k(m_n,n)W(m_n,n) \end{aligned}$$

gdzie  $p(i,k) > k(i,k)W(i,k)$  - przewóz towaru o kodzie  $k$  i wielkości  $W(i,k)$  z punktu  $p(i,k)$  do punktu  $k(i,k)$ .

Jak widzimy, ilość list przewozów odpowiada asortymentowi towarów  $k$ . Zaś ilość przewozów dla każdego z towarów może być inna  $m_1 \neq m_2 \neq \dots \neq m_n$ . Jeżeli zaś zaistnieje sytuacja, kiedy punkty początkowy i końcowy pokrywają się dla różnych towarów  $p(i,t_1) = p(j,t_2)$ ,  $k(i,t_1) = k(j,t_2)$  (gdzie  $t_1$  i  $t_2$  kody towarów), to pojawi się możliwość dostarczenia tych towarów jednym przewozem.

Tablice jednostkowych kosztów przewozów  $c(i,j,k)$  mogą być przygotowane zarówno dla każdego z towarów oddzielnie w postaci dwuwymiarowej, jak również jako macierz trójwymiarowa, dająca możliwość podejmowania decyzji na

przykład: czy bardziej opłaca się przewieźć jeden towar do kilku odbiorców (rys. 1b) czy kilka towarów do jednego odbiorcy (rys. 1a).



Rys. 1

Na rysunku 1a zbierając towary o kodach 1, 2 i 4 u dostawców oznaczonych odpowiednio 2, 3 i 7 dowozimy je do odbiorcy 5. Na rysunku 1b towar o kodzie 2 dostarczamy do odbiorców 1, 2, 6 od dostawcy o kodzie 4. Koszty transportu można ocenić następująco:

$$c(2,5,1) \cdot W(2,5,1) + (c(3,2,2) + c(2,5,2)) \cdot W(3,5,2) + (c(7,3,4) + c(3,2,4) + c(2,5,4)) \cdot W(7,5,4) \Rightarrow z1$$

$$c(4,1,2) \cdot W(4,1,2) + (c(4,1,2) + c(1,2,2)) \cdot W(4,2,2) + (c(4,1,2) + c(1,2,2) + c(2,6,2)) \cdot W(2,6,2) \Rightarrow z2$$

Zasada podejmowania decyzji oparta na wyborze minimalnego kosztu przewozu jako priorytetowego etapu działania polega, dla powyższego przykładu, na sprawdzeniu czy  $z1 < z2$ . Jeżeli warunek jest spełniony, to podejmowana jest decyzja o przewozie ilustrowanym przez rysunek 1a, w przeciwnym wypadku decydujemy się na rozwiązanie z rysunku 1b. Po realizacji aktualnego etapu przewozu sytuacja dotycząca zamówień oraz wielkości towaru, którym dysponuje producent, ulega zmianie. Stąd też po wykonaniu odpowiednich korekt przeprowadzamy ponownie analizę powstałej sytuacji.

## 1. Struktura danych i dynamika ich zmian

Dla każdego towaru możemy określić zbiór producentów i odbiorców, a także wielkość produkcji i zamówień (rys. 2).

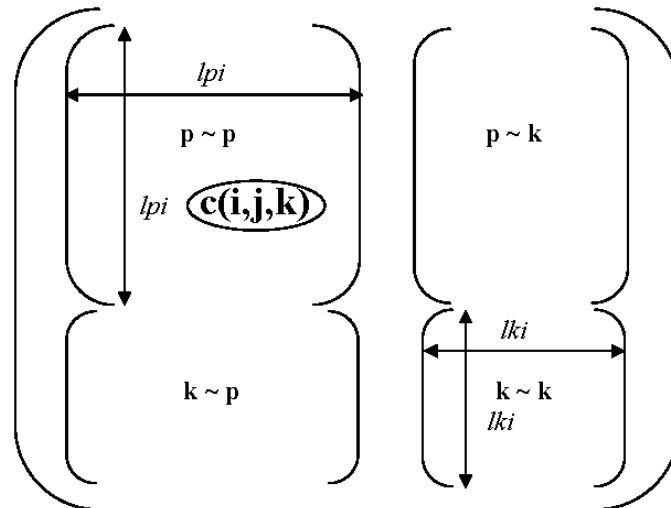
Aby ustalić rozmiary tablicy jednostkowych kosztów przewozu  $c(i,j,k)$ , czyli zakresu zmian parametrów i oraz  $j$ , trzeba dodać wielkości  $l_{pi}$  i  $l_{ki}$ .

W macierzy przedstawionej na rysunku 3 pole  $p \sim p$  przeznaczony jest dla transportu między producentami w sytuacji, kiedy na przykład pojemność taboru pozwala na zabranie kilku rodzajów towarów wyprodukowanych w różnych miejscach. W polu  $p \sim k$  (klasyczny wariant) zawarte są jednostkowe koszty przewo-

zów bezpośrednio od dostawcy do odbiorcy. W kwadracie  $k \sim k$ , podróżując między odbiorcami, pozostawiamy zamówiony towar. Ostatnie pole  $k \sim p$ , z reguły niewykorzystywane, można wypełnić na przykład jednostkowymi kosztami zwrotu towaru.

$p(1,i)$	$p(2,i)$	$p(3,i)$									$p(l_{pi,i})$
$k(1,i)$	$k(2,i)$	$k(3,i)$									$k(l_{ki,i})$
$a(1,i)$	$a(2,i)$	$a(3,i)$									$a(l_{pi,i})$
$b(1,i)$	$b(2,i)$	$b(3,i)$									$b(l_{ki,i})$

Rys. 2. Wektory miejsc nadania ( $p$ ) i odbioru ( $k$ ) towarów „ $i$ ” oraz wektory wielkości produkcji ( $a$ ) i zamówień ( $b$ )

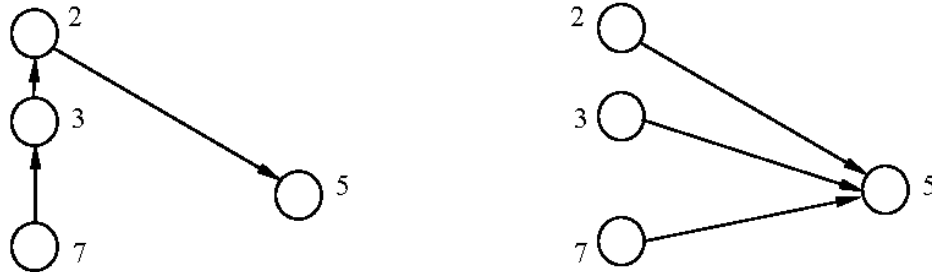


Rys. 3. Macierz kosztów jednostkowych przewozu towaru o kodzie  $k$

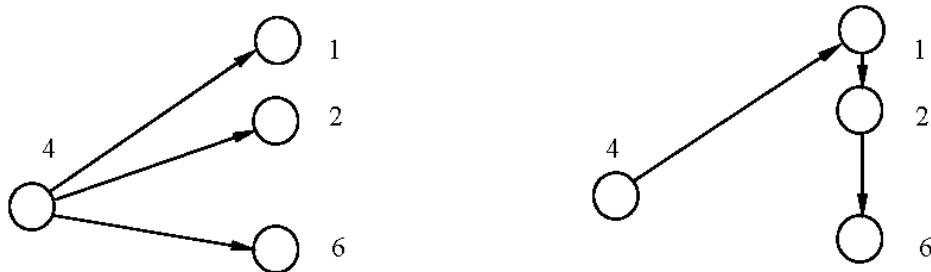
Podjęcie decyzji o przemieszczaniu się po polu  $p \sim p$  (pomiędzy dostawcami) wymaga przeprowadzenia analizy, czy pobranie towarów od kilku dostawców i dostarczenie ich do jednego lub kilku odbiorców jest bardziej opłacalne niż transport niezależny (bezpośrednia dostawa). Algorytm takiej analizy winien zawierać następujące etapy:

- sprawdzenie, czy aktualna pojemność taboru jest większa bądź równa którymkolwiek aktualnym wielkościom zamówień,
- sprawdzenie, czy korzystniejsze jest pobranie nowego towaru u innego producenta czy niezależne dostarczenie poszczególnych partii towarów (rys. 4),
- sprawdzenie, czy korzystniejsze jest dostarczenie towarów do kilku odbiorców w jednym objazdowym przewozie czy w dostawach niezależnych (rys. 5),

- integracja rezultatów drugiego oraz trzeciego etapu i podjęcie finalnej decyzji o trasie przewozu i strukturze załadunku.



Rys. 4. Przedmiot analizy efektywności objazdu producentów: Struktura zamówień:  $W(7,5,7)$ ,  $W(3,5,3)$ ,  $W(2,5,2)$ ; Sprawdzenie warunku opłacalności (dla jednego z możliwych wariantów):  
 $(c(7,3,7)+c(3,2,7)+c(2,5,7))*W(7,5,7)+(c(3,2,3)+c(2,5,3))*W(3,5,3)+c(2,5,2)*W(2,5,2) <$   
 $c(7,5,7)*W(7,5,7)+c(3,5,3)W(3,5,3)+c(2,5,2)*W(2,5,2)$



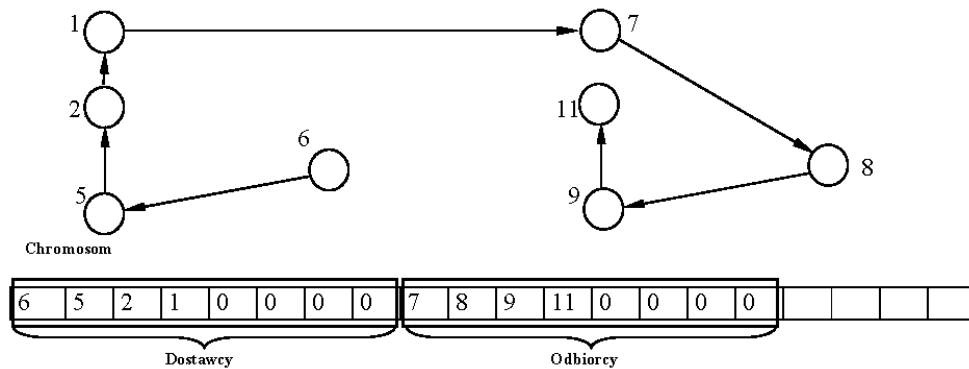
Rys. 5. Przedmiot analizy efektywności objazdu odbiorców: Struktura zamówień:  $W(4,1,4)$ ,  $W(4,2,4)$ ,  $W(4,6,4)$ ; Sprawdzenie warunku opłacalności (dla jednego z możliwych wariantów):  
 $c(4,1,4)*W(4,1,4)+c(4,2,4)*W(4,2,4)+c(4,6,4)*W(4,6,4) >$   
 $c(4,1,4)*(W(4,1,4)+W(4,2,4)+W(4,6,4))+c(1,2,4)*(W(4,2,4)+W(4,6,4))+c(2,6,4)*W(4,6,4)$

Po każdorazowym przewozie redukujemy tablice zamówień i zasobów. Ich rozmiary redukowane są w sposób w przybliżeniu liniowy w funkcji liczby dostaw przy założeniu, że wielkości produkcji i zamówień są tego samego rzędu.

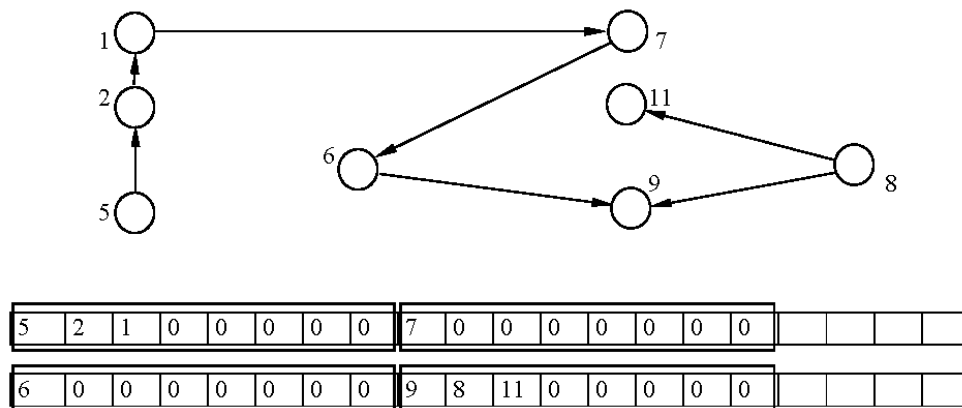
## 2. Genetyczny zapis dostaw

Dostawcy i odbiorcy w proponowanym zapisie są od siebie oddzieleni. Również w opisie realizacji dostaw rozdzielone to ma miejsce, tzn. najpierw zestawione są kolejne miejsca, skąd towar jest zabierany, a następnie kolejno zapisujemy miejsca, do których towar jest dostarczany. Przykład taki ilustruje rysunek 6.

Jeżeli podczas przewozu nastąpi wymieszanie miejsc dostawców i odbiorców, to każdorazowy powrót do dostawców oznacza, w proponowanym zapisie, rozpoczęcie nowego przewozu (rys. 7).



Rys. 6. Genetyczny zapis pojedynczej dostawy



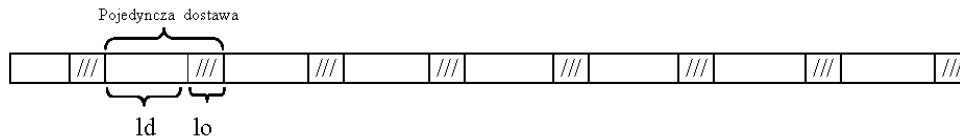
Rys. 7. Genetyczny zapis podwójnej dostawy

Dostawy są realizowane w ustalonej kolejności i po każdej z nich następuje korekta bazy danych dotyczącej aktualnych zasobów i zamówień. Przed każdą nową dostawą należy przeprowadzić procedurę wyboru trasy dostawy w oparciu o nową postać skorygowanej bazy. Aby sprostać wymogom automatyzacji i ciągłości realizacji całego zadania transportowego, należy zunifikować powtarzającą się procedurę polegającą na przygotowaniu bazy zasobów i zamówień, dokonaniu wyboru trasy dostawy oraz określeniu wartości funkcji celu (funkcji przystosowania; w wariacie genetycznym), którą jest koszt samej dostawy. Procedura winna zawierać także etap systematycznego „wylawiania” najlepszego rozwiązania.

Chromosom opisujący zadanie transportowe w proponowanym wariacie zawierać będzie opis wszystkich dostaw [1, 2]. Przykładowa struktura takiego chromosomu przedstawiona jest na rysunku 8.

Trasa każdej dostawy opisana jest fragmentem chromosomu długości  $l_s = l_d + l_o$ . Ilość dostaw tworzących całość zadania transportowego zależy głównie

od sumy wszystkich zamówień (SR) oraz od wielkości taboru dostawczego (ST). Minimalna ilość dostaw będzie miała miejsce przy każdorazowo pełnym wykorzystaniu taboru i będzie równa  $id = \text{TRUNC}(SR/ST + 0.5)$ . Oznaczając współczynnik załadowania przez  $kt$ , a jego średnią wartość przez  $kts$ , możemy oszacować faktyczną ilość dostaw  $fid$  na poziomie  $id/kts$ .



Rys. 8. Struktura chromosomu opisującego zadanie transportowe,  $ld$  - długość opisu trasy objazdu dostawców,  $lo$  - długość opisu trasy objazdu odbiorców

Długość  $ld$  odpowiada liczbie dostawców wszystkich towarów, a długość  $lo$  jest równa liczbie wszystkich odbiorców. Długość chromosomu  $lch$  wyniesie  $fid * ls$ .

### 3. Tworzenie populacji bazowej

Aby utworzyć populację bazową, posłużymy się generatorami liczb losowych dla następujących zadań:

- generowanie początku i końca dostawy zgodnie z rozkładem jednostkowych kosztów przewozu (najmniejsze koszty przewozu jednego z towarów na konkretnej trasie to największe prawdopodobieństwo wyboru tej trasy),
- generowanie z zadanym rozkładem długości trasy kumulowania dostawy (odwiedzamy kolejnych producentów),
- generowanie pozostałych elementów trasy „dostawczej” z rozkładem jednostkowych kosztów przewozu,
- generowanie pozostałych odbiorców zgodnie z rozkładem minimalnych kosztów jednostkowych lub maksymalnego zaspokojenia zamówień.

Aby wybrać początkową trasę (początek i koniec dostawy), generujemy losową wartość  $\xi$  z przedziału  $[0,1)$ , następnie losowo generujemy dostawcę  $nd$  i odbiorcę  $no$ . Jeżeli dostawca jest producentem kilku towarów, należy wylosować jeden z nich, kod którego oznaczymy przez  $nt$ . O przyjęciu do populacji wartości  $nd$  i  $no$  zdecydować sprawdzenie warunku

$$\xi \geq c(nd, no, nt) / \max c(i, j, k) \quad (2)$$

$$1 \leq i \leq ld$$

$$1 \leq j \leq lo$$

$$1 \leq k \leq ltd$$

gdzie  $ltd$  - liczba towarów produkowanych przez wszystkich producentów.

Jeżeli warunek jest spełniony, to początkowa trasa jest wyznaczona przez dostawcę  $ld$  i odbiorcę  $lo$ , a dostarczany towar posiada kod  $nt$ .

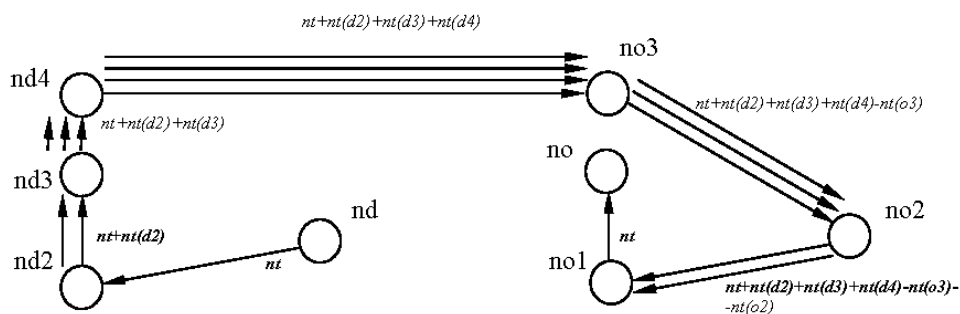
Kolejny etap to określenie długości i sekwencji objazdu dostawców. W tym celu generujemy wartość losową  $\xi$  z przedziału  $[0, c(nd, no, nt))$  i sprawdzamy kolejny warunek

$$\xi \geq c(nd, j, k), 1 \leq j \leq ld; j \neq nd, k = nt \dots \quad (3)$$

Liczba sytuacji, dla których spełniony jest warunek (3), wyznacza długość trasy objazdu dostawców  $lt$ . Kolejne kody dostawców, które spełniają warunek (3) (dla  $nt \leq k \leq nt(lt-1)$ , gdzie  $nt(lt-1)$  - kod towaru zabieranego od dostawcy odwiedzanego jako przedostatni, a oznaczenie „ $\leq$ ”, wskazuje na zabieranie towarów od kolejno odwiedzanych producentów), stanowią węzły objazdu dostawców. Jednakowoż będą one uporządkowane w kolejności rosnących kosztów. I tak kolejno:

- pierwszym wybranym dostawcą jest dostawca oznaczony kodem  $nd$ ,
- drugim będzie dostawca  $nd2$ , spełniający warunek  $nd2 = j, \min c(nd, j, nt)$  dla  $1 \leq j \leq ld, j \neq nd$ ,
- trzecim będzie dostawca  $nd3$ , spełniający warunek  $nd3 = j, \min (c(nd2, j, nt) + c(nd2, j, nt(d2)))$ ,
- $j \neq nd, j \neq nd2$ ,
- $i$ -tym dostawcą  $ndi$  będzie ten, który spełnia warunek  $ndi = j, \min (c(nd(i-1), j, nt) + c(nd(i-1), j, nt(nt(d2))) + \dots + c(nd(i-1), j, nt(d(i-1))))$ ,  $j \neq nd, j \neq nd2, \dots, j \neq nd(i-1)$ .

Opisaną sytuację przedstawia rysunek 9.



Rys. 9. Przebieg realizacji dostawy (kursywą - kody dostarczanych oraz odbieranych towarów)

Zakładając, że kolejność rozładowania nie zależy od kolejności załadunku, to trasę objazdu odbiorców można określić za pomocą następującego algorytmu:

- wybieramy minimalny jednostkowy koszt przewozu  $c(nd(lt), j, nt(j))$ , gdzie  $j$  jest kodem odbiorcy zamawiającego jeden spośród  $lt$  dostarczanych towarów,
- po dokonaniu rozładunku u odbiorcy o kodzie  $j$  powtarzamy poprzednią procedurę z poprzedniego punktu.

Po zrealizowaniu całej dostawy korygujemy macierz zamówień i powtarzamy wszystkie procedury, poczynając od warunku (2). Robimy to tak długo, aż wszyst-





## Wnioski

1. Oryginalną koncepcją wydaje się wzbogacenie populacji bazowej o informację porządkującą przebieg zadania transportowego. Jest to w istocie rzeczy połączenie stosowanej praktyki algorytmicznej z metodykami genetycznymi. Jest to zarazem efektywne przygotowanie, wspierające i przyspieszające dalsze poszukiwania optimum.
2. Trudno zakładać, że otrzymane w rozsądnym (i z góry założonym) czasie rozwiązanie jest ostateczne i w pełni optymalne; jest ono jednak na tyle zbliżone do optymalnego, że wykorzystanie go jako pomocy w podejmowaniu decyzji organizacyjnych może dać zdecydowane i wymierne korzyści materialne.
3. Genetyczne opisy tras odwiedzania dostawców i odbiorców jest korzystnym (z punktu widzenia minimalizacji kosztów) uzupełnieniem stosowanych rozwiązań zadań transportowych, gdzie mamy do czynienia z bezpośrednim połączeniem pomiędzy pojedynczymi dostawcami i odbiorcami.
4. Prostota proponowanej operacji genetycznego przepłotu stanowi o sensie i celowości zastosowania metody do wyszukiwania optymalnego wariantu dostarczenia towarów zgodnie ze złożonymi zamówieniami.
5. Przepłot zastosowany na trasie dostawców lub odbiorców nie wpływał na konieczność zmian w innych częściach chromosomu, ponieważ rodzaj i ilość przewożonego i dostarczanego towaru nie ulega zmianie. Wynika to z faktu, iż odwiedzamy tych samych dostawców lub odbiorców, lecz w innej kolejności, co oczywiście wpływa na wartość funkcji przystosowania (kosztów dostawy).

## Literatura

- [1] Arabas J., Wykłady z algorytmów ewolucyjnych, WNT, Warszawa 2001.
- [2] Cytowski J., Algorytmy genetyczne. Podstawy i zastosowania, Akademicka Oficyna Wydawnicza PLJ, Warszawa 1996.
- [3] Goldberg D., Algorytmy genetyczne, WNT, Warszawa 1995.
- [4] Sysło M., Deo N., Kowalik J., Algorytmy optymalizacji dyskretnej, WN PWN, Warszawa 1995.
- [5] Rutkowska D., Inteligentne systemy obliczeniowe, Akademicka Oficyna Wydawnicza, Warszawa 1998.